

815 误差理论与测量平差基础 (2)

(共五大题, 满分 150 分)

一、填空题 (35 分, 1-10 每空 1 分, 11-20 每空 2 分, 21 空 5 分)

1. 测量误差按其性质可分为 (1)、(2) 和 (3), 其中 (4) 是测量平差的主要对象。
2. 参数平差中, 未知参数的选取要求满足 (5)、(6)。
3. 衡量估计量优劣的标准有 (7)、(8)、(9)。
4. 平均误差 t 与中误差 m 之间的近似关系为 (10)。
5. 设观测值 L 及其真值为 X , 则均方误差的定义为 $MSE(L) =$ (11), 当 $X =$ (12) 时, 均方误差即为方差。
6. 设 $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $\Sigma_X = \begin{bmatrix} 16 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 10 \end{bmatrix}$, $\sigma_0 = \pm 2$, $z_1 = x_1 + x_2$, $z_2 = x_1 - x_2$, 则 $\frac{1}{p_{x_1}} =$ (13), $\sigma_{z_1} =$ (14), $\sigma_{z_1 z_2} =$ (15)。
7. 已知某观测量 y 及其中误差 m_y , 且知 $y = x^2 + 1$, 则 $m_x =$ (16)。
8. 对同一观测量进行重复观测, 每次观测独立等精度, 两次观测结果之差的最大允许值为 $\pm 6\text{mm}$, 设 x 是 9 次观测结果的平均值, 则观测值的中误差为 (17), x 的中误差 $m_x =$ (18)。
9. 设 L_1, L_2, \dots, L_n 为某量 n 次独立非等精度观测值, 中误差分别为 m_1, m_2, \dots, m_n , 则该量的最小二乘平差值等于 (19)。
10. 设共有 n 个观测误差, W 表示误差列中同号交替次数与异号交替次数之差, 根据误差检验原理, W 的限差公式为: $|W| <$ (20)。
11. 已知坐标转换的布尔莎模型为

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{新}} = (1+m) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{旧}} + \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon_Z & 0 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{旧}} + \begin{bmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{bmatrix}, \text{ 为了求取七个未知}$$

参数 $[\Delta X_0 \ \Delta Y_0 \ \Delta Z_0 \ \varepsilon_X \ \varepsilon_Y \ \varepsilon_Z \ m]^T$ ，若某点的新旧坐标均已知，则该点关于七个未知参数的误差方程为 (21) 。

二、判断题（20分，每题2分）

12. 真误差是观测值与其真值之差。（ ）
13. 测量平差问题中，多余观测越多越好，但可能会增加测量成本。（ ）
14. 最小二乘原理仅适用于服从正态分布的随机变量。（ ）
15. 对于一定的平差问题，一定有 $V^T P V \leq \Delta^T P \Delta$ 。（ ）
16. 实际工作中，如果系统误差部分是偶然误差部分的 1/3 或更小时，常将系统误差的影响忽略不计。（ ）
17. 当垂直角误差一定时，三角高程测量高差的中误差与距离成正比。（ ）
18. 相关观测值权逆阵 Q 的对角线元素 Q_{ii} 与权阵 P 的对角线元素 P_{ii} 之间的关系为 $Q_{ii} P_{ii} = 1$ 。（ ）
19. 单位权中误差既可以用真误差来估计，也可以用残差来估计。（ ）
20. 由于参数之间函数独立，故参数平差模型中系数阵 A 列满秩。（ ）
21. 由误差椭圆中心向误差椭圆所作的交线即为该方向的点位中误差。（ ）

三、选择题（30分，每题3分）

22. 偶然误差的聚中性反映了_____。
 A、偶然误差的分布对称于0
 B、一定的测量条件下，偶然误差的数值总是趋于0
 C、一定的测量条件下，偶然误差的数值有一定的范围
 D、偶然误差越接近0，其分布越密
23. 对一个9边形闭合导线的每个内角均以 $\pm 10''$ 的中误差进行观测，则其内角和的观测范围是_____。

- A、 $[1259^{\circ}59',1260^{\circ}01']$ B、 $[1259^{\circ}58',1260^{\circ}02']$
 C、 $[1259^{\circ}57',1260^{\circ}03']$ D、 $[1259^{\circ}56',1260^{\circ}04']$

24. 长方形地块的面积由长和宽得到，已知长度的测量值 $a = 4m \pm 1cm$ ，若要求面积的中误差 $|m_s| \leq 5dm^2$ ，则宽度测量值 $b = 3m$ 的中误差应限制在_____范围。

- A、1cm B、2cm C、3cm D、4cm

25. 已知 $Q_X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ，则 $p_{x_2} =$ _____。

- A、1/3 B、1/2 C、2/5 D、3/5

26. 已知 $v_i = x - L_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ， $x = \frac{[L]}{n}$ ，观测值 L_i 独立等精度，其权均为 1，则 $p_{v_1 v_2}$ 的值是_____。

- A、 n B、 $-n$ C、 $\frac{1}{n}$ D、 $-\frac{1}{n}$

27. 已知三角形闭合差向量 W 及其相关权阵 P_W ， W_i 中 A_i 的权为 p_i ，则 A_i 的中误差为_____。

- A、 $\pm \sqrt{\frac{W^T P_W W}{n}}$ B、 $\pm \sqrt{\frac{W^T P_W W}{np_i}}$ C、 $\pm \sqrt{\frac{W^T P_W W}{3n}}$ D、 $\pm \sqrt{\frac{W^T P_W W}{3np_i}}$

28. 参数平差中，观测值的权阵改变 $k (>0)$ 倍后重新进行平差，则下列各量中，数值不会改变的有_____。

- A、 $Q_{\hat{x}}$ B、 Q_V C、 μ D、 Σ_V

29. 参数平差中， $Q_{\hat{l}} =$ _____。

- A、 $AN^{-1}A^T$ B、 $A^T N^{-1}A$ C、 $P^{-1} - AN^{-1}A^T$ D、 $P^{-1} - A^T N^{-1}A$

30. 条件平差中，下列关系不正确的有_____。

- A、 $PV = B^T K$ B、 $K = -N^{-1}W$ C、 $B(V - \Delta) = 0$ D、 $V = -B^{-1}W$

31. 条件平差中，法方程的系数阵 $N = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ， $\mu = \pm 2$ ，则 m_{k_3} 为 \pm _____。

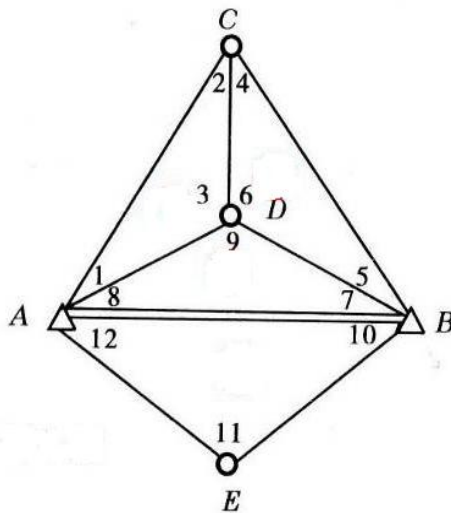
- A、 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B、 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C、 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D、 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

四、推导题 (30分)

32. 试证明 $E(\Delta^T P \Delta) = n\sigma_0^2$ 。(8分)
33. 推导参数平差的法方程。(8分)
34. 条件平差中, 令 $J_B = P^{-1} B^T N^{-1} B$, 试证明: (1) J_B 、 $I - J_B$ 为幂等阵; (2) $J_B = Q_V P$; (3) 若 P 为对角阵, 则 J_B 、 $I - J_B$ 的对角线元素均在区间 $[0,1]$ 上。(14分)

五、计算题 (35分)

35. 如图, 已知 A、B 两点坐标, C、D、E 为待定点, 观测了所有内角, 试用条件平差的方法列出全部条件方程并线性化。(10分)



36. 如图, A、B 为已知水准点, $H_A = 200.000m$, $H_B = 260.060m$, 观测高差为:
 $h_1 = 10.012m$ 、 $h_2 = 20.008m$ 、 $h_3 = 30.026m$, 试以 $s_0 = 40km$, 按参数平差法

