

814 误差理论与测量平差基础 (1)

(共五题, 满分 150 分)

一、判断正误 (每小题 2 分, 共 20 分)

(将“√”、“×”号按题号顺序写在答题纸上)

1. 最小二乘平差不仅适用于服从正态分布的观测值。
2. 测量平差的任务是消除误差和精度估计。
3. 观测值 L_i 的精度高于 L_j 的精度, 则平差后 \hat{L}_i 的精度也一定高于 \hat{L}_j 的精度。
4. 两随机变量构成函数关系, 则说明这两个变量一定统计相关。
5. 设 X 与 Y 均为 n 维随机向量, 则有协方差阵 $\Sigma_{XY} = E\{(X - E(X))(Y - E(Y))^T\}$ 。
6. 对于任何平差问题, 无论单位权中误差选什么值, 其平差值及其中误差均不变。
7. 极限误差是中误差的最大允许值。
8. 参数平差中, 若 $z = k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_ix_i$, 其中 k_i 为常系数, x_i 为未知参数, 则有 $m_z^2 = k_1^2m_{x_1}^2 + k_2^2m_{x_2}^2 + \dots + k_i^2m_{x_i}^2$ 。
9. 具有条件的参数平差中, 多余观测数为观测值个数与未知参数个数之差。
10. 对于正态分布而言, 观测精度愈高, 同一置信水平上参数估计区间愈小。

二、填空 (每空 2 分, 共 30 分) (将答案按题号写在答卷纸上)

1. 测量误差按性质可分为_____、_____、_____。
2. 偶然误差概率特性可概括为_____、_____、_____。
3. 已知真误差向量 Δ , 二次观测之差 d 和观测值 L 的相关权阵 P , 试写出由 Δ 、 d 求单位权中误差的公式: _____、_____。

4. 已知 $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ 的权阵为 $P_X = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $m_{x_i} = \pm 4$, 则单位权中误差

$\mu = \pm$ _____。

5. 三角网中独立等精度观测了各角度, 得三角形闭合差为 w_1, w_2, \dots, w_n , 则三角形闭合差的中误差 $m_w =$ _____。

6. 设 $z = k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n$, $\Delta x_i = \Delta_i + \lambda$ 。其中, Δ_i 为偶然误差, λ 为系统误差, Δ_i 独立非等精度, 其中误差为 m_{Δ_i} , 则 z 的中误差 $m_z^2 =$ _____。

7. 三角高程测量中 10 公里距离上高差的权为 2, 则 5 公里高差的权为_____。

8. 已知某平差问题, 有 20 个观测值, 6 个未知参数, 参数间构成 2 个条件, 则平差后单位权中误差可表示成 $\mu = \pm$ _____。

9. n 个观测误差 $\Delta_i (i=1, 2, \dots, n)$, $\Delta_i \sim N(0, \sigma^2)$, 则概率 $P\{|\Delta| < ___\} = 95.45\%$ 。

10. 用统计量 $\frac{(n-1)m^2}{\sigma^2}$ 估计母体方差 σ^2 的取值范围时, 用_____分布。

三、推证题 (每小题 15 分, 共 30 分)

1. 参数平差中, 设有平差值函数 $\Phi_1 = F^T \hat{L} + f_0$ 和改正数函数 $\Phi_2 = G^T V + g_0$, 式中 F, G 为系数阵, f_0, g_0 为常数。试问 Φ_1 与 Φ_2 是否相关? 试证明之。

2. 已知观测方程为 $BV + A\delta\hat{X} + W = 0$, 其中, V 为观测值残差向量, $\delta\hat{X}$ 为未知参数向量, 系数阵 B 行满秩, A 列满秩, 试按最小二乘原理推导法方程及 $\delta\hat{X}$ 的解。

四、计算题 (1、2 题各 15 分, 3 题 20 分, 共 50 分)

1. 已知观测值向量 $L = [L_1 \ L_2]^T$ 的协方差阵为 $\Sigma_L = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, 设有观测值函

数 $x_1 = 2L_1 - L_2 + 4$ 和 $x_2 = L_1 + 2L_2 + 1$, 单位权中误差 $\sigma_0 = \pm 2(mm)$, 求:

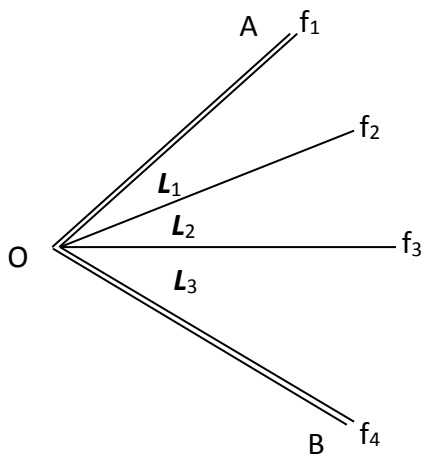
P_{x_1} 、 $\sigma_{x_2}^2$ 、 $\Sigma_{x_1 L}$ 。

2. A、B 两水准点间分八段进行水准测量，每段均进行往返测，所得高差为 h'_1 , h''_1 , h'_2 , h''_2, \dots, h'_8 , h''_8 ，各观测高差的中误差均为 $m = \pm 2^{mm}$ ，试求：全长高差平差值的中误差及全长往返高差之差的限差。

3. 图中，设在测站 O 独立且等精度观测了 4 个方向，观测值为

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0^\circ 00' 00'' \\ 40^\circ 30' 28'' \\ 80^\circ 40' 30'' \\ 135^\circ 48' 48'' \end{bmatrix}, \quad \angle AOB \text{ 已知, 其值为 } 135^\circ 48' 40'', \text{ 试以角度 } L_1、L_2、$$

L_3 为平差元素求各角平差值和平差值 \hat{L}_3 的权，以及平差后角 $\hat{L}_1 + \hat{L}_2$ 的权倒数。



五、简答题（每小题 10 分，共 20 分）

1. 简述序贯平差、参数加权平差的基本思想，及与参数平区的区别。
2. 解释本课程中参数独立、条件独立、误差独立的含义。举例说明为什么参数平差中参数间独立，而误差并不独立？