

702 管理数学基础

(共七大题, 满分 150 分)

一、 选择题 (每题 5 分, 共 40 分)

1. 数列 $\{x_n\}$ 有界是 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在的()条件;
A. 充分非必要 B. 必要非充分
C. 充分必要 D. 不充分也不必要
2. 下列结论不正确的是()
A. 函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可导, 则它在该点连续;
B. 函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处极限存在, 则它在该点连续
C. 函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可导, 则它在该点可微
D. 函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可微, 则它在该点连续
3. 下列等式中正确的是 ();
A. $e^{-x} dx = de^{-x}$ B. $x^3 dx = d(3x^2)$
C. $-\frac{1}{x} dx = d(\frac{1}{x^2})$ D. $\sin x dx = d(-\cos x)$
4. 若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则();
A. $\int f'(x) dx = F(x) + C$ B. $\int F(x) dx = f(x) + C$
C. $\int f(x) dx = F(x) + C$ D. $\int F'(x) dx = f(x) + C$
5. 函数 $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$ 的间断点是 ();

- A. 1 B. 2 C. 1 和 2 D. 无间断点

6. 设 $f(x) = \ln(1 + e^{-2x})$, 则 $f'(0)$ 的值是 ();

- A. 1 B. -1 C. 1/2 D. -1/2

7. 下列等式中为微分方程的是 ();

A. $u'v + uv' = (uv)'$ B. $\frac{dy}{dx} + e^x = \frac{d(y + e^x)}{dx}$

C. $(u + v)' = u' + v'$ D. $y' = e^x + \sin x$

8. 函数 () 为微分方程 $xy' = 2y$ 的解。

A. $y = x^2$ B. $y = x$

C. $y = 2x$ D. $y = \frac{x}{2}$

二、填空题 (每题 5 分, 共 30 分)

1. 函数 $y = \frac{1}{x}$ 在区间 $[1, 2]$ 内的最小值_____ ; (填具体数值或不存在)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{x}} =$ _____ ;

3. 设 $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$, 由定积分的几何意义知, $\int_0^a f(x) dx =$ _____ ;

4. 已知 $f'(0) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{2h} =$ _____ ;

5. 设 $y = (\sqrt{x} + 1) \arctan x$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____ ;

6. 微分方程 $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$ 在初始条件 $y(0) = 1$ 下的特解是_____。

三、计算题 (每题 7 分, 共 42 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$;

2. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^t - 1) dt}{x^2}$;

3. 求不定积分 $\int e^x \sin x dx$;

4. 设 $y = \frac{1}{x^2 - 1}$, 求 $y^{(5)}$;

5. 计算定积分 $\int_{-1}^1 \frac{2x^2 + x \cos x}{1 + \sqrt{1 - x^2}} dx$;

6. 求微分方程 $y' - \frac{2}{x}y = x^2 \sin 3x$ 的通解。

四、(10分) 证明 $y = x^5 + x - 1$ 在 $(0,1)$ 内仅有一个实根。

五、(10分) 设 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1}, & x < -1 \\ b, & x = -1 \\ a + \arccos x, & -1 < x \leq 1 \end{cases}$, 应怎样选取数 a, b , 才

能使 $f(x)$ 在 $x = -1$ 处连续?

六、(12分) 判断函数 $y = x^3 - x^2 - x + 1$ 单调区间、极值点、凹凸区间和拐点。

七、(6分) 某企业每月生产甲种产品 x 吨, 乙种产品 y 吨, x 与 y 之间满足关系 $y = \frac{40 - 5x}{10 - x}$, 如果甲种产品的价格是乙种产品的价格的一半, 问每

月生产多少吨甲种产品和乙种产品, 能使企业获得最大的收入? (假设生产的产品能全部销售出去)